

Oggetti matematici in Didattica della matematica

Miglana Asenova

NRD, Università di Bologna-Libera Università di Bolzano

1. Introduzione

L'esigenza di chiarire il legame tra gli oggetti matematici (OM) della matematica come disciplina (OMM) e gli oggetti matematici studiati e prodotti in didattica della matematica come disciplina (OMDdm) deriva da un'esigenza ontologica propria di quest'ultima (Asenova, 2021). Gettare luce su tale legame può però avere anche risvolti più immediati, in quanto richiama l'attenzione sul fatto che gli OM che sono al centro dell'attenzione durante le ore di matematica non sono in realtà gli OM che il docente potrebbe avere in mente in termini di definizioni apprese durante i corsi di studio universitari, anche se condividono con quest'ultimi il nome (D'Amore, 2001). Tale legame non può essere chiarito completamente attraverso la celebre distinzione fatta da Sfard (1991) tra nozioni matematiche in senso procedurale e in senso strutturale poiché in aula, in ogni istante, ci si riferisce a degli *oggetti*; essi vengono nominati, richiamati tramite gesti deittici rivolti a delle rappresentazioni semiotiche etc., senza che perciò debba essere avvenuta necessariamente una reificazione (Sfard, 1991).

2. Il linguaggio della definizione

Durante il seminario verrà esposta e discussa la definizione di oggetto matematico specifico della didattica della matematica fornita come interpretazione di un modello di definizione generale formulato in un linguaggio categoriale diagrammatico (Asenova, 2021). In accordo con l'idea di (quasi)oggetto sviluppata nella filosofia sintetica¹ della matematica contemporanea (Zalamea, 2009/2012), l'oggetto matematico specifico della didattica della matematica viene interpretato sia come un insieme di prefasci, sia come metafora strutturale basata su un'analogia stabilita tra un frammento della teoria delle categorie e un frammento della didattica della matematica.

3. Il modello di definizione di OMDdm e il suo modello categoriale

L'elemento principale del modello di definizione di oggetto matematico specifico della Ddm è il lemma di Yoneda, uno dei risultati fondamentali della teoria delle categorie, nella sua interpretazione in termini funtoriali, attraverso la cosiddetta 'immersione di Yoneda', cioè un funtore rappresentabile che

¹ Qui il termine "sintetico" deve essere inteso come opposto al termine "analitico", dove il primo sta per una conoscenza di un oggetto attraverso le sue relazioni con il contesto, mentre il secondo sta per una sua conoscenza attraverso la conoscenza delle sue singole parti.

riproduce una copia della struttura di una categoria piccola [qui intesa una prima volta come un frammento della matematica (C) e una seconda volta come la categoria prodotto dei risultati in Ddm riferiti a un dato oggetto della pratica matematica ($Set^C \times RDdm$)] in una categoria di insiemi di prefasci [qui intesa una volta come la categoria della pratica matematica (Set^C) e un'altra volta come la categoria $Set^{Set^C \times RDdm}$ della pratica della Ddm] (Figura 1).

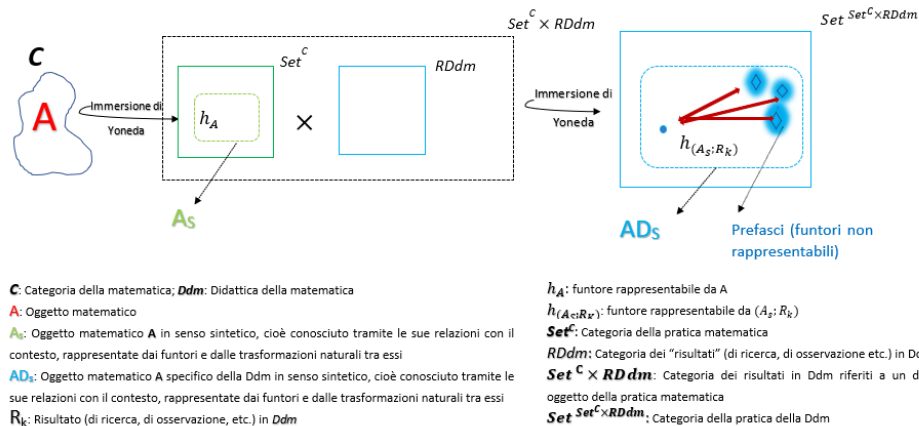


Figura 1: Schema semplificato del modello di definizione di oggetto matematico specifico della didattica della matematica (adattato da Asenova, 2021).

Attraverso un'opportuna interpretazione degli elementi coinvolti nel modello categoriale diagrammatico si ottiene la seguente definizione:

L'oggetto matematico specifico della Ddm in senso sintetico (AD_s) può essere interpretato come l'insieme delle significazioni (esprese tramite le concezioni, idee, rappresentazioni, ...) e delle trasformazioni tra esse, di un soggetto X (persona o istituzione) riguardo a un oggetto matematico in senso sintetico A_s sulla base di un risultato R_k in Ddm . (Asenova, 2021)

4. Bibliografia

- Asenova, M. (2021). *Definizione categoriale oggetto matematico in Ddm*. Tesi di Dottorato Università di Catania.
- D'Amore, B. (2001). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*, 15(1), 4–30.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflection on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Zalamea, F. (2012). *Synthetic Philosophy of Contemporary Mathematics*. New York: Sequence Press. (Lavorto originale del 2009).

Parole chiave: oggetto matematico; definizione; oggetto matematico in Didattica della matematica; teoria delle categorie; filosofia sintetica.